

No. 7  $0/0$ の極限

(1)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{x \log(1 + 2x)}$  の値を求めよ。 (熊本大)

(2)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{3}{x} - \frac{4}{x^2}\right)^x = \square$  である。 (関西大)

No. 8 三項間漸化式

数列  $\{a_n\}$  が、 $a_1 = 0$ 、 $a_2 = 1$ 、 $a_{n+2} = (1 - \alpha)a_{n+1} + \alpha a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) を満たすとき、次の問いに答えよ。ただし、 $\alpha$  は  $0 < \alpha < 1$  を満たす定数である。

- (1)  $a_3$ 、 $a_4$ 、 $a_5$  を求めよ。
- (2) 数列  $\{b_n\}$  を数列  $\{a_n\}$  の階差数列とする。すなわち、 $b_n = a_{n+1} - a_n$  ( $n = 1, 2, 3, \dots$ ) とする。このとき、数列  $\{b_n\}$  の一般項を求めよ。
- (3) 数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。
- (4)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \frac{2}{3}$  となる  $\alpha$  を求めよ。

(山形大)

No. 9 無限等比級数と図形

1辺の長さが2の正方形ABCDを底面とし、他の辺の長さがすべて $\sqrt{5}$ の正四角錐O-ABCDがある。

正四角錐O-ABCDに内接する球を $S_1$ とする。次に、 $\triangle OAB$ 、 $\triangle OBC$ 、 $\triangle OCD$ 、および $\triangle ODA$ に接しかつ $S_1$ に外接する球を $S_2$ とする。以下同様にして、 $S_3$ 、 $S_4$ 、 $\dots$ を定める。 $S_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ )の体積を $V_i$ とする。

- (1)  $V_1$ を求めよ。
- (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n V_i$ を求めよ。

(滋賀県立大)

No. 10 無限等比級数の収束条件

$\theta$  を  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  を満たす定数とし、 $r(\theta) = \frac{\sqrt{2} - (2\sqrt{2} - 2)\sin\theta}{4\sin\theta(1 - \sin\theta)}$  とする。

- (1)  $r(\theta) > 0$  となることを示せ。
- (2) 自然数  $n$  に対して、 $S_n = 1 + r(\theta) + \{r(\theta)\}^2 + \dots + \{r(\theta)\}^{n-1}$  とする。 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  が存在するための  $\theta$  の値の範囲を求めよ。
- (3)  $x = \sin\theta$  とおく。 $\theta$  の値が(2)の範囲にあるとき、 $\lim_{n \rightarrow \infty} S_n$  を  $x$  用いて表せ。

(関西大)